

因式分解

清华大学 钟沛林



题目大意

- 要求对一个整系数多项式进行因式分解.
- 即求出多项式所有零点.
- 多项式互异零点个数不超过12个
- 非零互异零点分子乘积不超过 10^6 ,分母乘积不超过 10^6



得分情况

- 100分: 杜瑜皓
 - 90分: 钟皓曦
 - 70分: 王子昱 许昊然
 - 60分: 罗干
 - 50分: 很多人...
-
- 平均分 19.11



讨论时间



Case1~2

- 由于系数范围限制,小范围内暴力枚举分子分母
- 期望得分20分



Case1~5

- 我们考虑多项式:
- $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$
- q/p 零点
- $a_n q^n + a_{n-1} q^{n-1} p + \dots + a_1 q p^{n-1} + a_0 p^n = 0$
- $a_0 \bmod q = 0$
- $a_n \bmod p = 0$

- 枚举 a_0 所有约数与 a_n 所有约数
- 期望得分50分



Case6~10

- a_0 与 a_n 过大导致无法枚举约数?
- 互异零点分子分母乘积较小?
- 对多项式重根进行去重!



Case6~10

- 设 $F(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\dots+a_1x+a_0$
- q/p 为 $F(x)$ 的 t 重零点
- $F(x)=(px-q)^tG(x)$
- $F'(x)=pt(px-q)^{t-1}G(x)+(px-q)^tG'(x)$
- $(px-q)^{t-1} \mid F'(x)$
- $F(x)/\gcd(F(x),F'(x))=(p_1x-q_1)(p_2x-q_2)\dots(p_rx-q_r)$
- 转化为case1~5



Case6~10

- 对于两个多项式求 $\gcd(F(x), G(x))$
- 先将因式 x 剔除.
- 若 $F(x)$ 与 $G(x)$ 次数相同,直接消去其中一个最高次系数.
- 否则将较低次多项式通过乘以 x 补成次数相同再消去另一多项式最高次系数.

- 期望得分100分



- 谢谢大家

