我们不妨假设 x 的阶较大，那么 $S(x)$ 可以视作在 $[0,P)$ 上均匀分布，因此在一段长为 $O(\sqrt{P})$ 的前缀后，前缀最大值就会至少为 $P-\sqrt{P}$。若 x 的阶充分小（$O(\sqrt{P})$）我们可以直接模拟。

取一个原根，对 x 和 $P-\sqrt{P}\cdots P-2,P-1$ 取离散对数，从而求出 $P-\sqrt{P}\cdots P-2,P-1$ 在此数列中的第一次出现位置（例如 $g^a=x,g^b=y$，y 在 $S(x)$ 中的第一次出现位置就是 $au\equiv b\pmod{P-1}$ 的最小非负解，预处理 $a'=a/\gcd(a,P-1)$ 的逆）。模拟直到前缀max $\geq P-\sqrt{P}$ 或回到 1（达到阶），之后的直接计算即可。

接下来考虑如何求离散对数，直接上index calculus应该确实也行。我们这里考虑bsgs，注意到询问数是 $O(\sqrt{P}+T)$ 的，可以将块大小设为 $P^{1/4}$ 进行平衡。实现时使用哈希表，复杂度 $\tilde{O}(P^{3/4})$。

一种常数(?)优化方法是注意到我们相当于要求 $1,2\cdots P$ 的离散对数，实际上我们只需要求出质数位置的值。