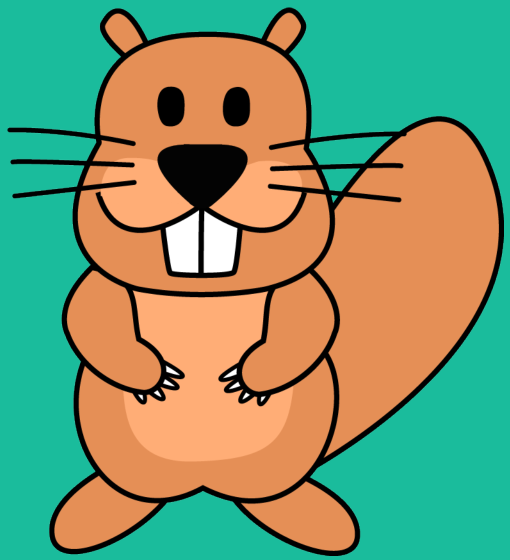
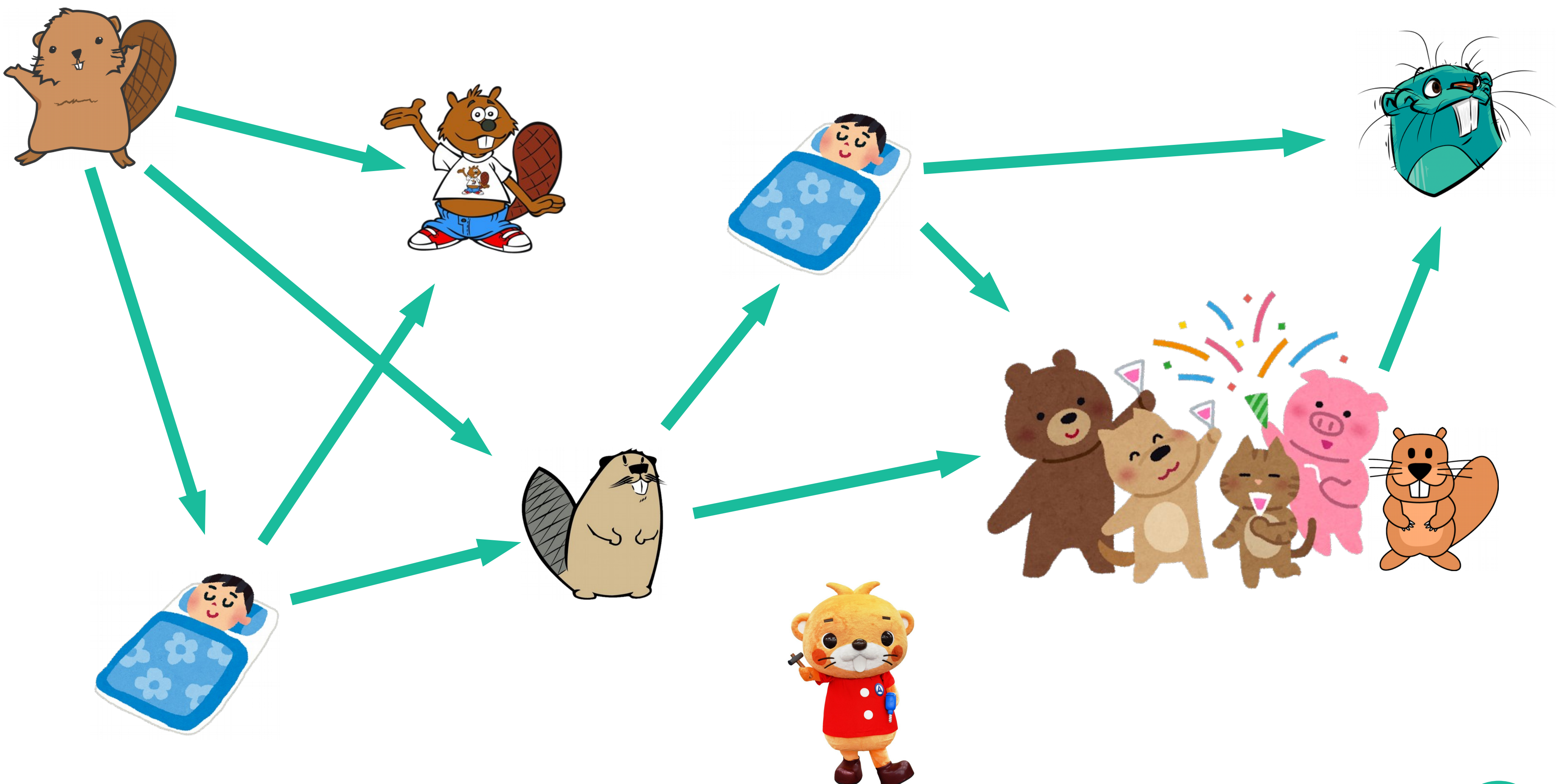


ビ太郎のパーティー (Bitaro’s Party)

2018 年 3 月 22 日
情報オリンピック 2017-2018 春季トレーニング合宿 競技日 3

チューター： 河原井 啓 (@gotoloop1)

問題概要

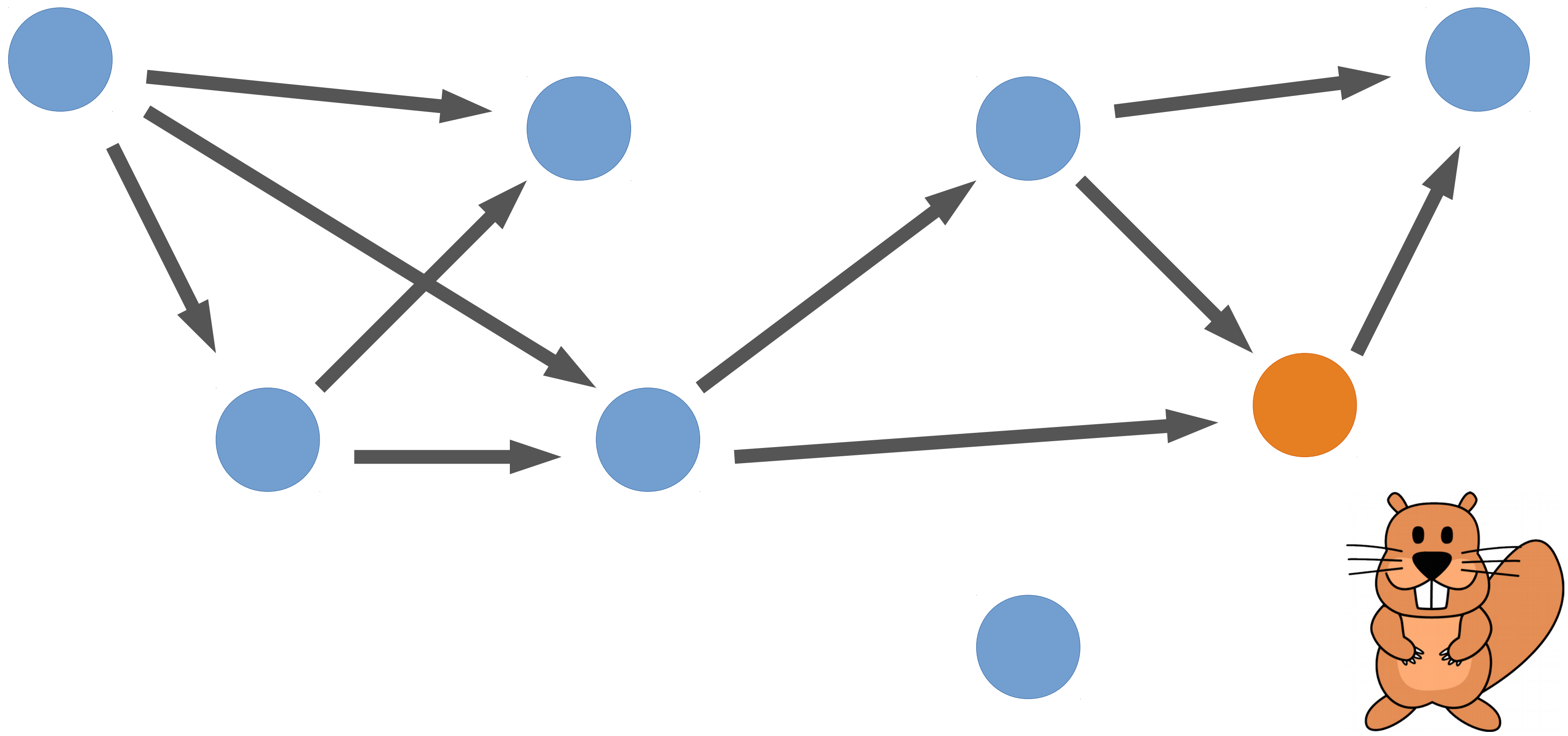


問題概要

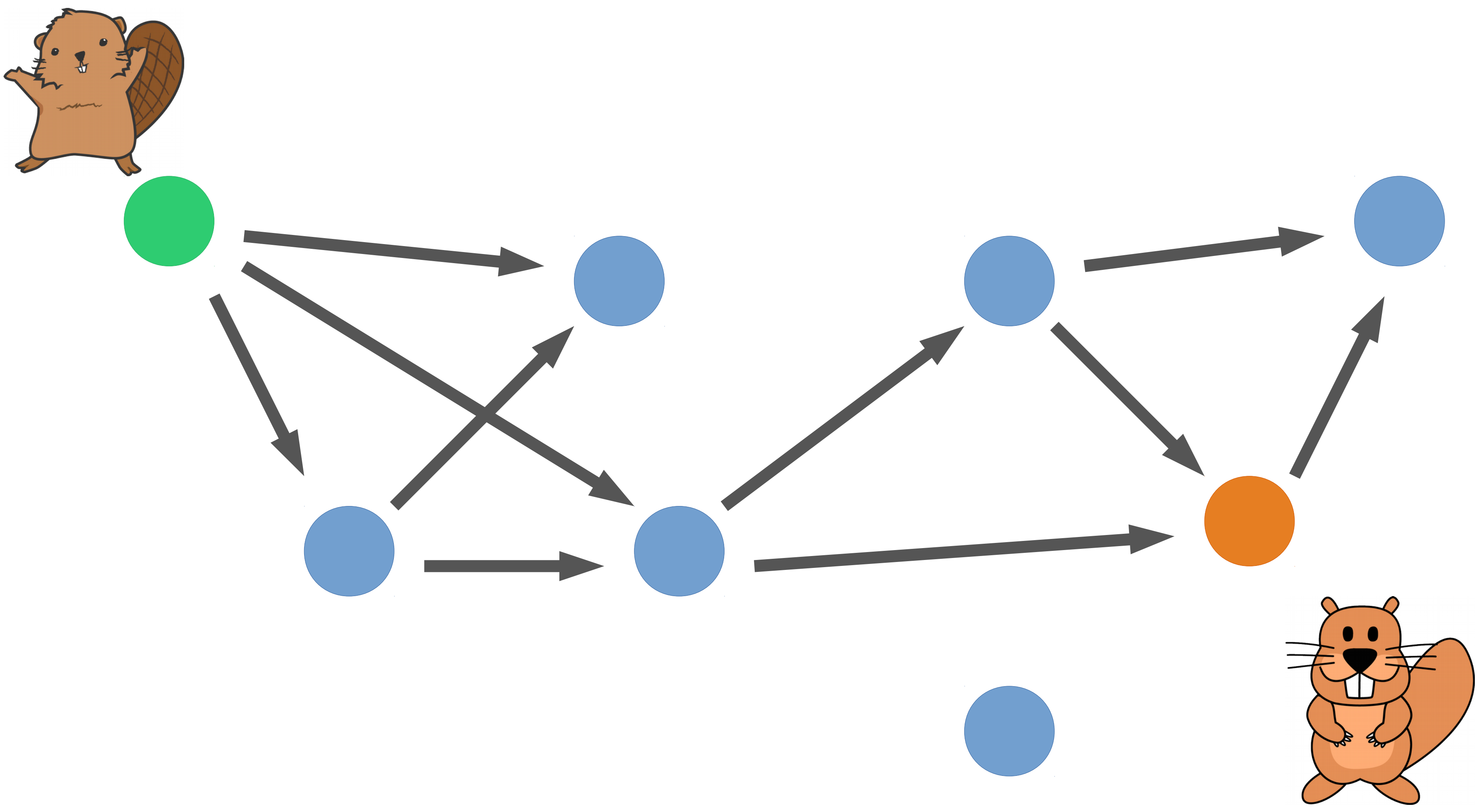
- **N** 頂点 **M** 辺の **DAG** がある
- トポロジカル順序も与えられている
- 有効な頂点たちから、ある頂点に行くとき、考えられる最長の経路の長さを求めるクエリが **Q** 個来る

- **N ≦ 100000**
- **M ≦ 200000**
- **Q ≦ 100000**

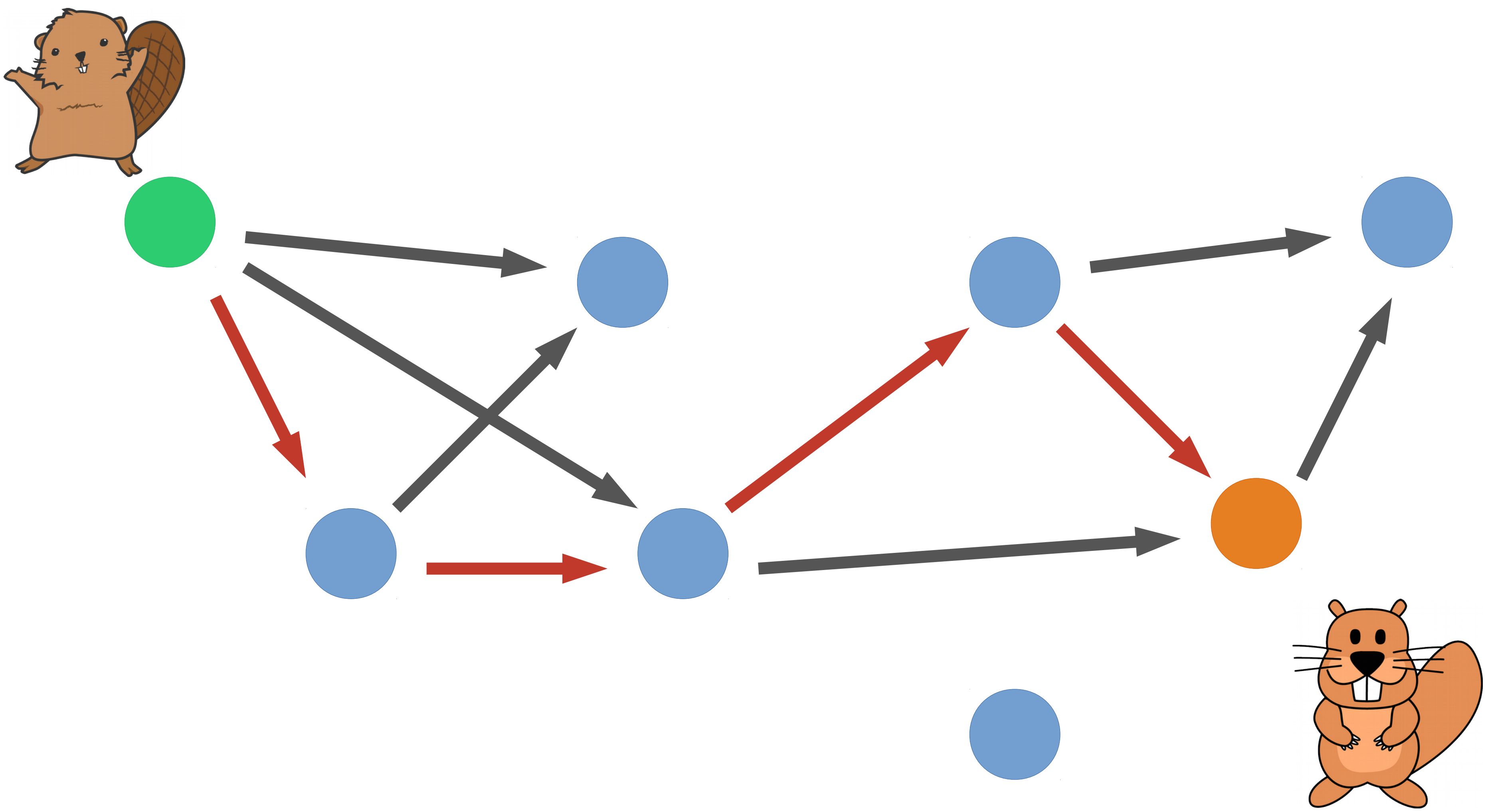
例



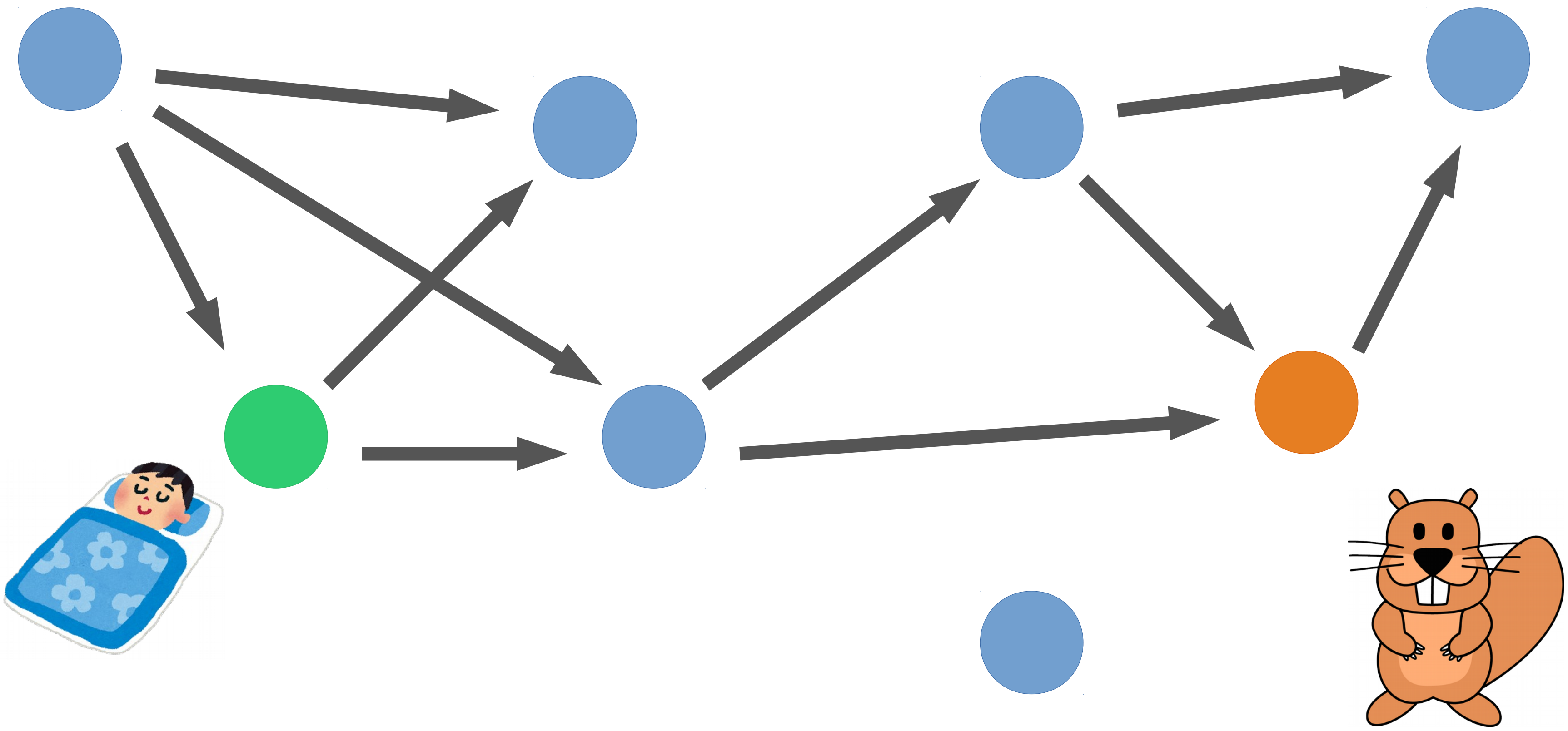
例



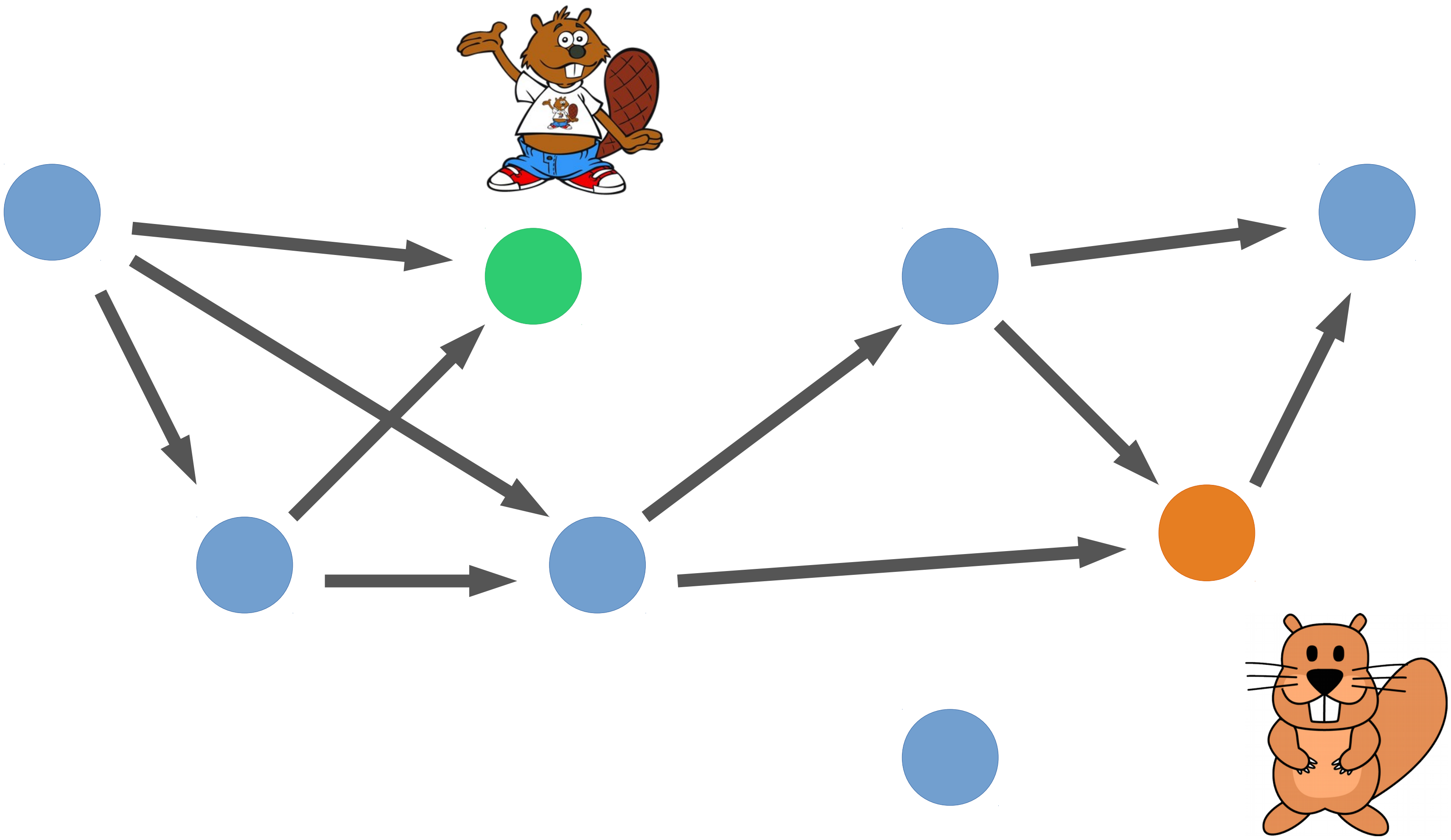
例



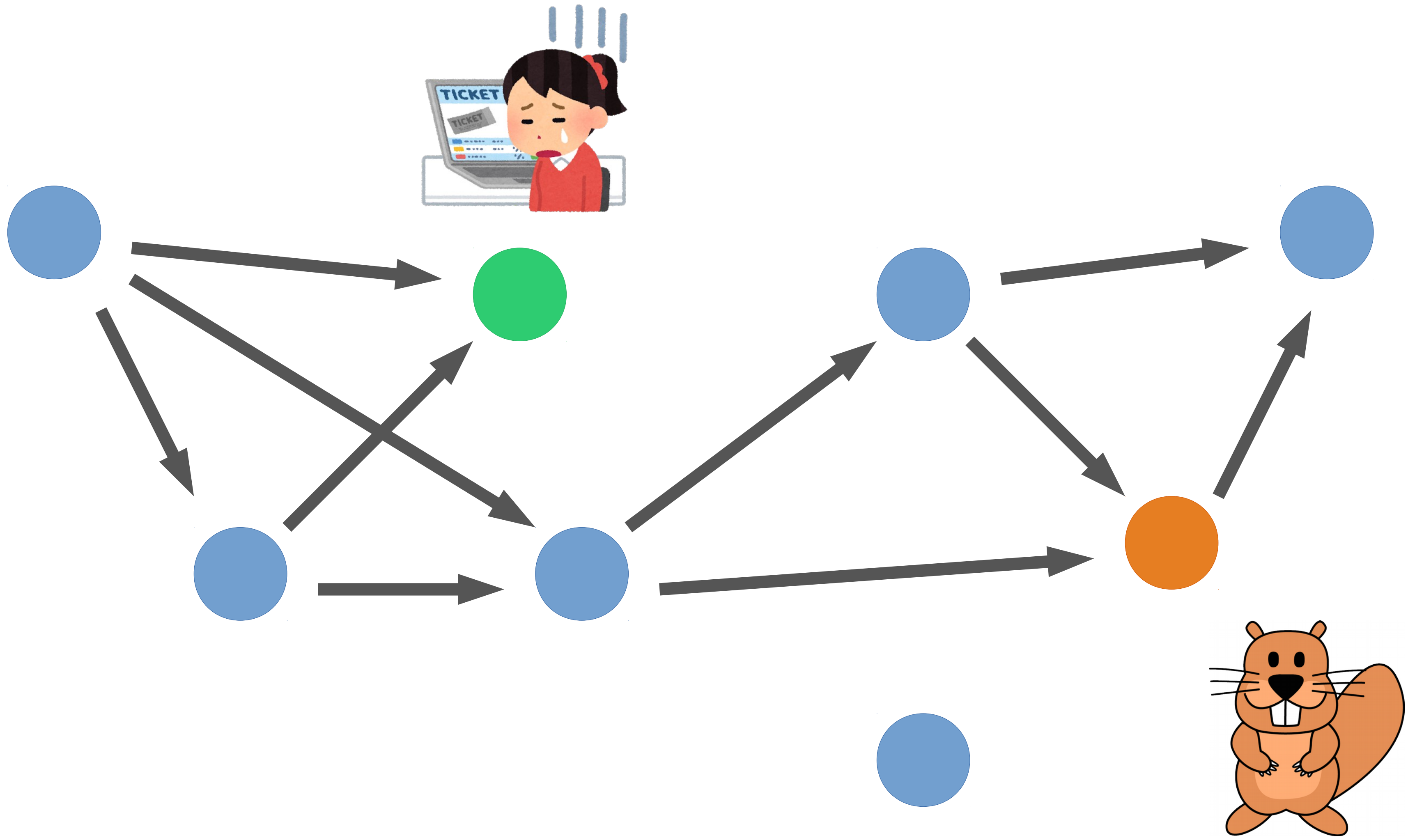
例



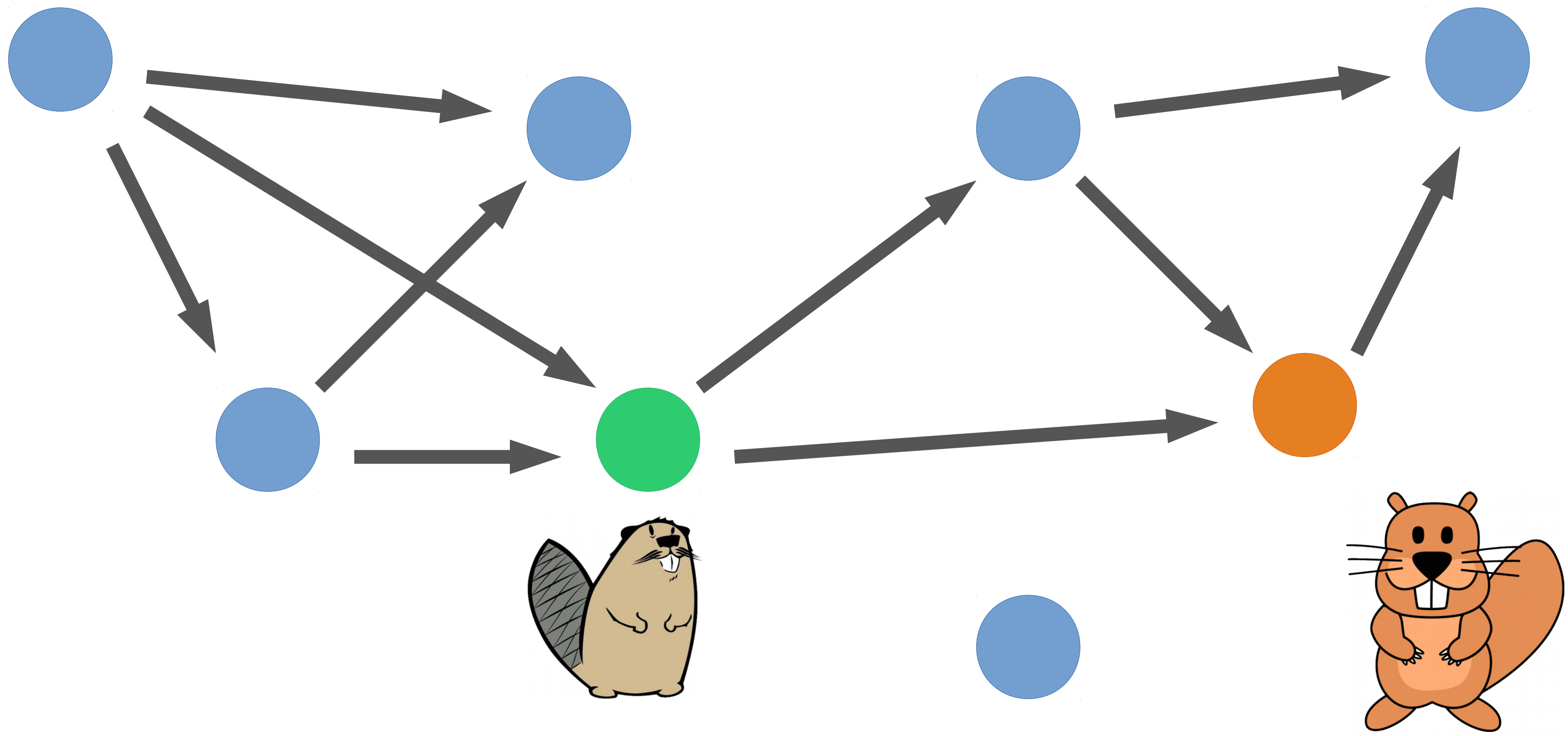
例



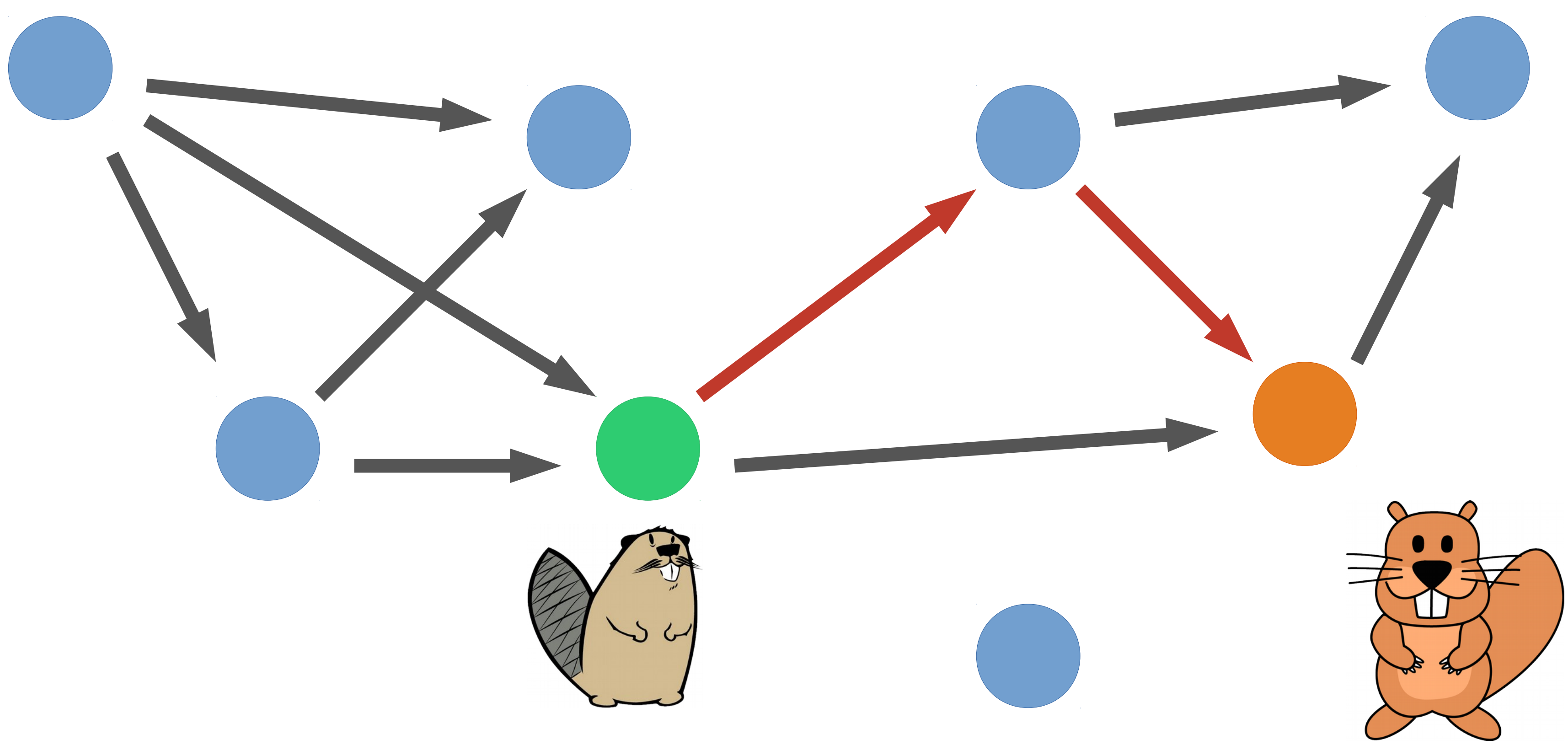
例



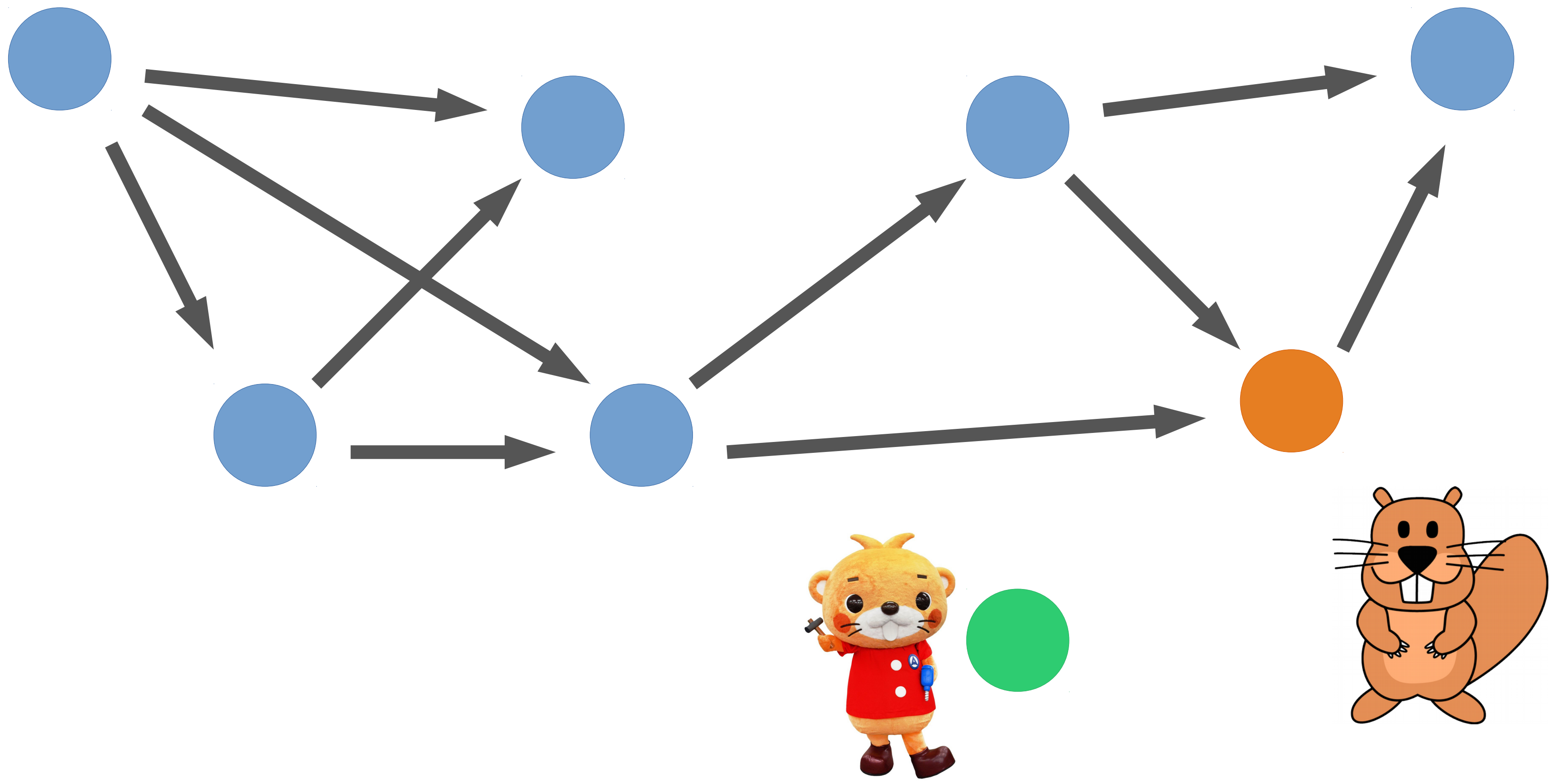
例



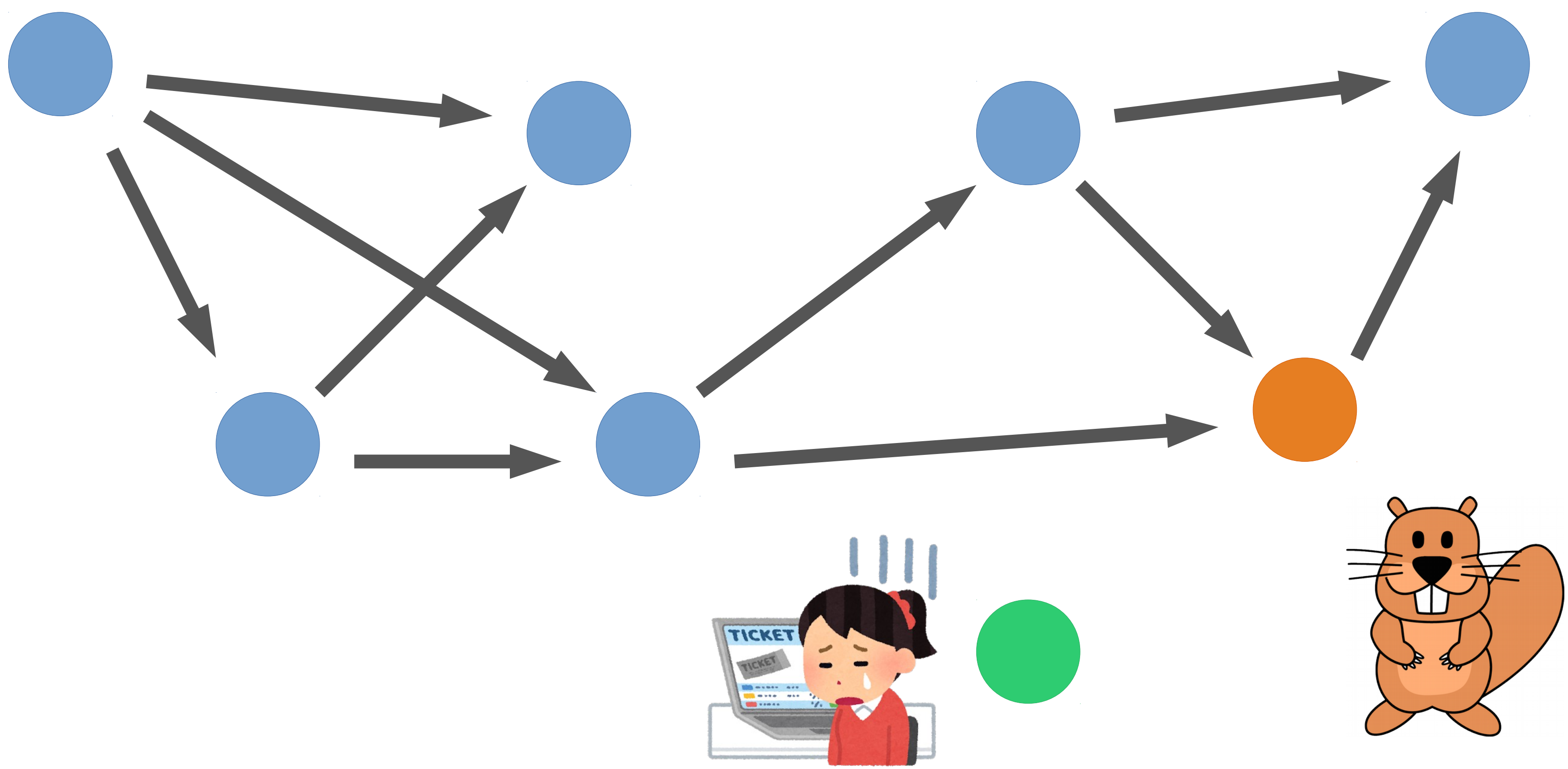
例



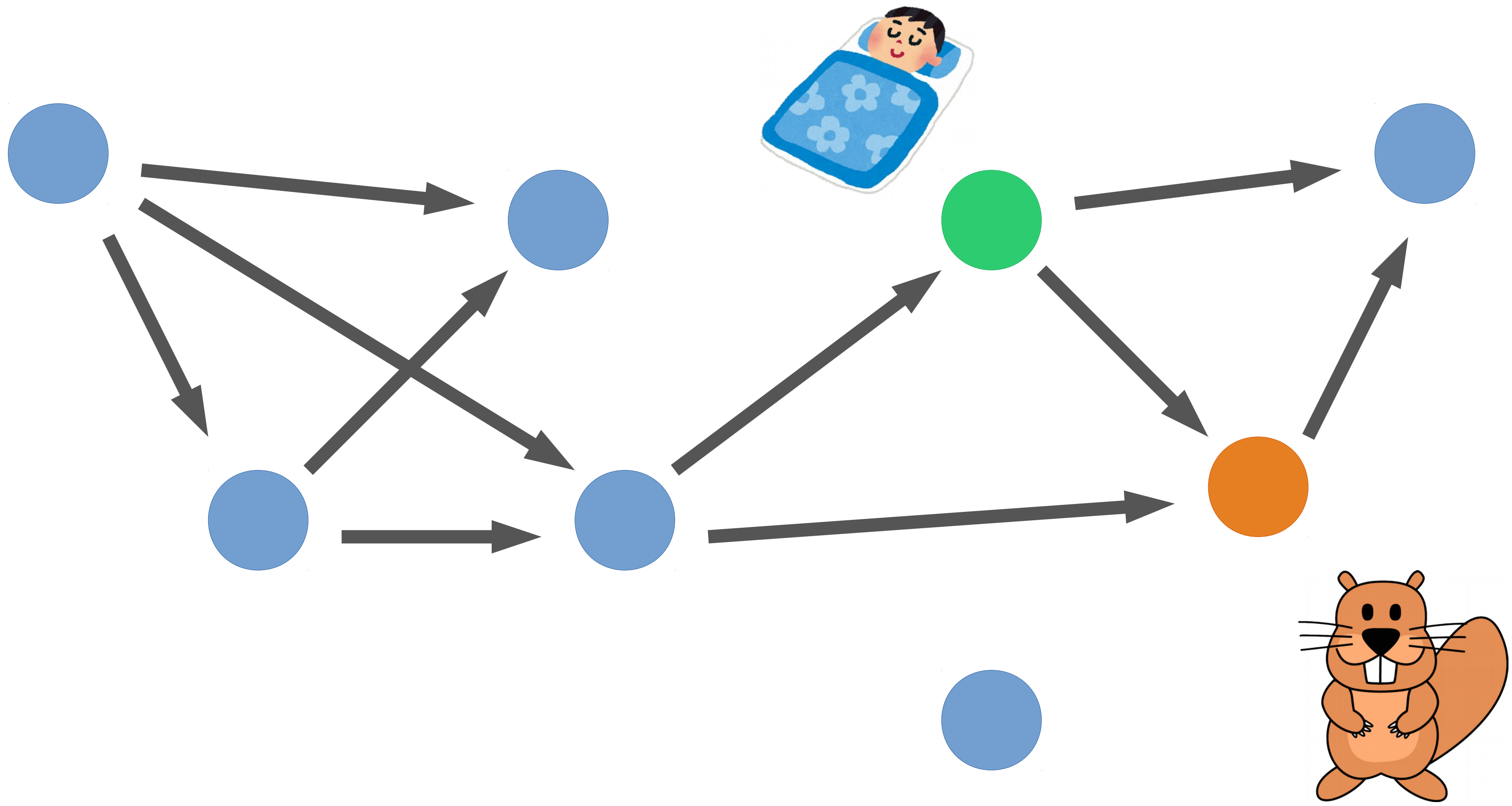
例



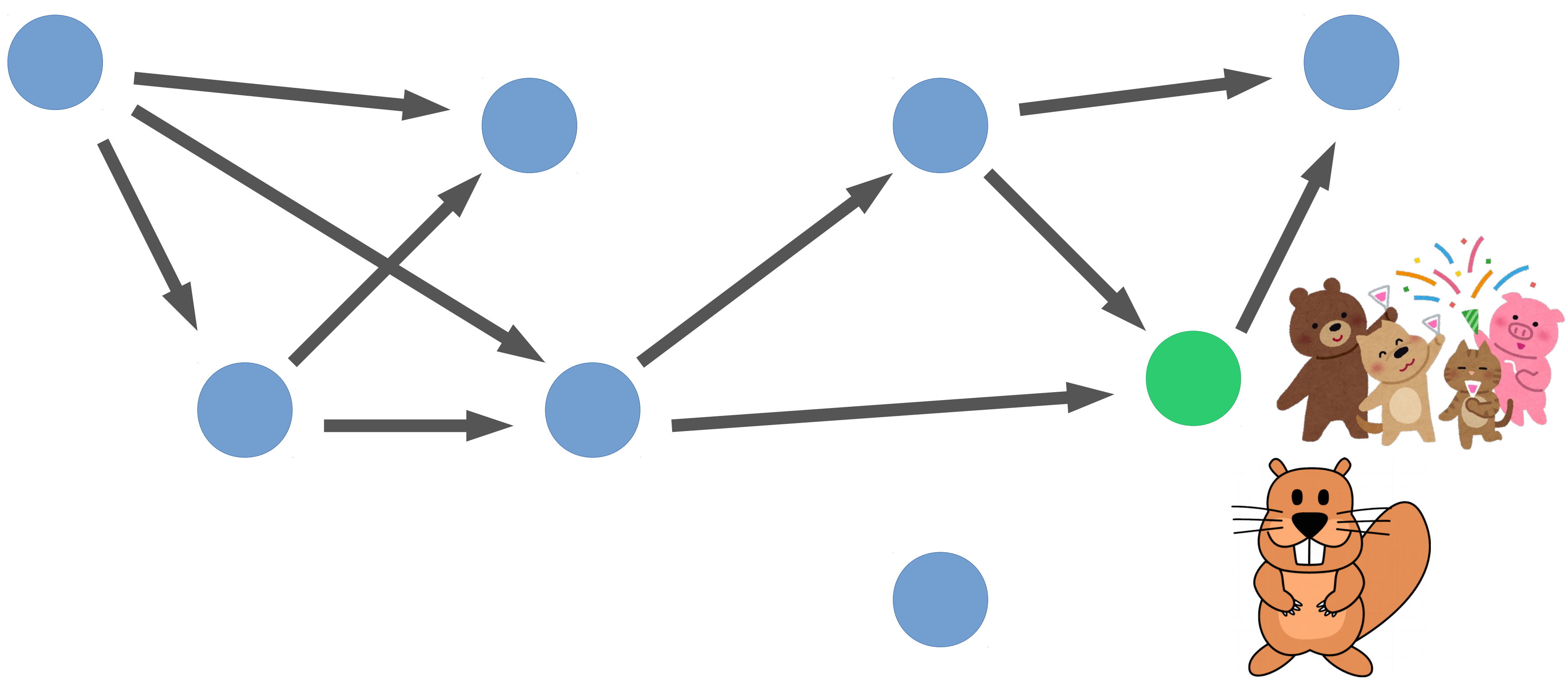
例



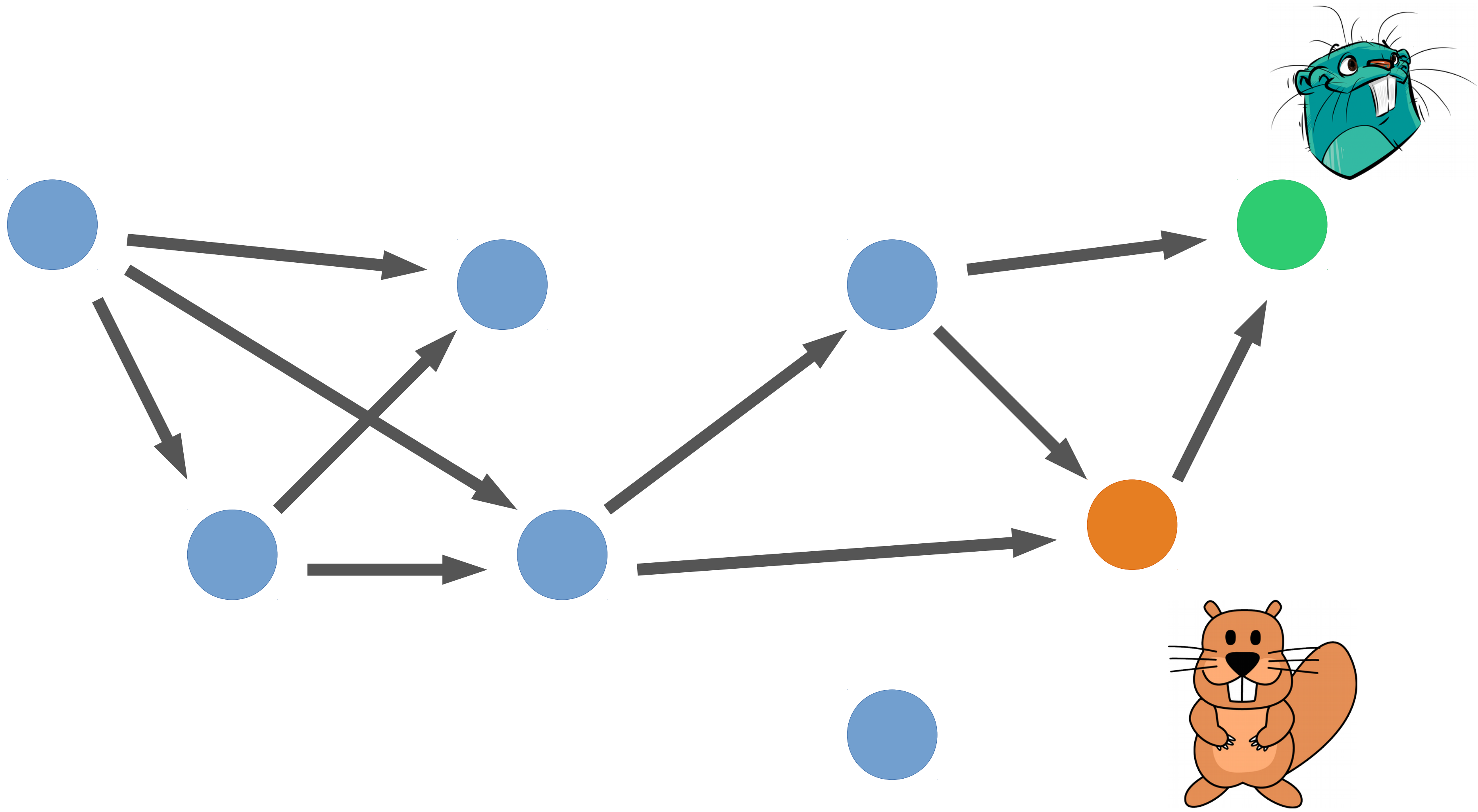
例



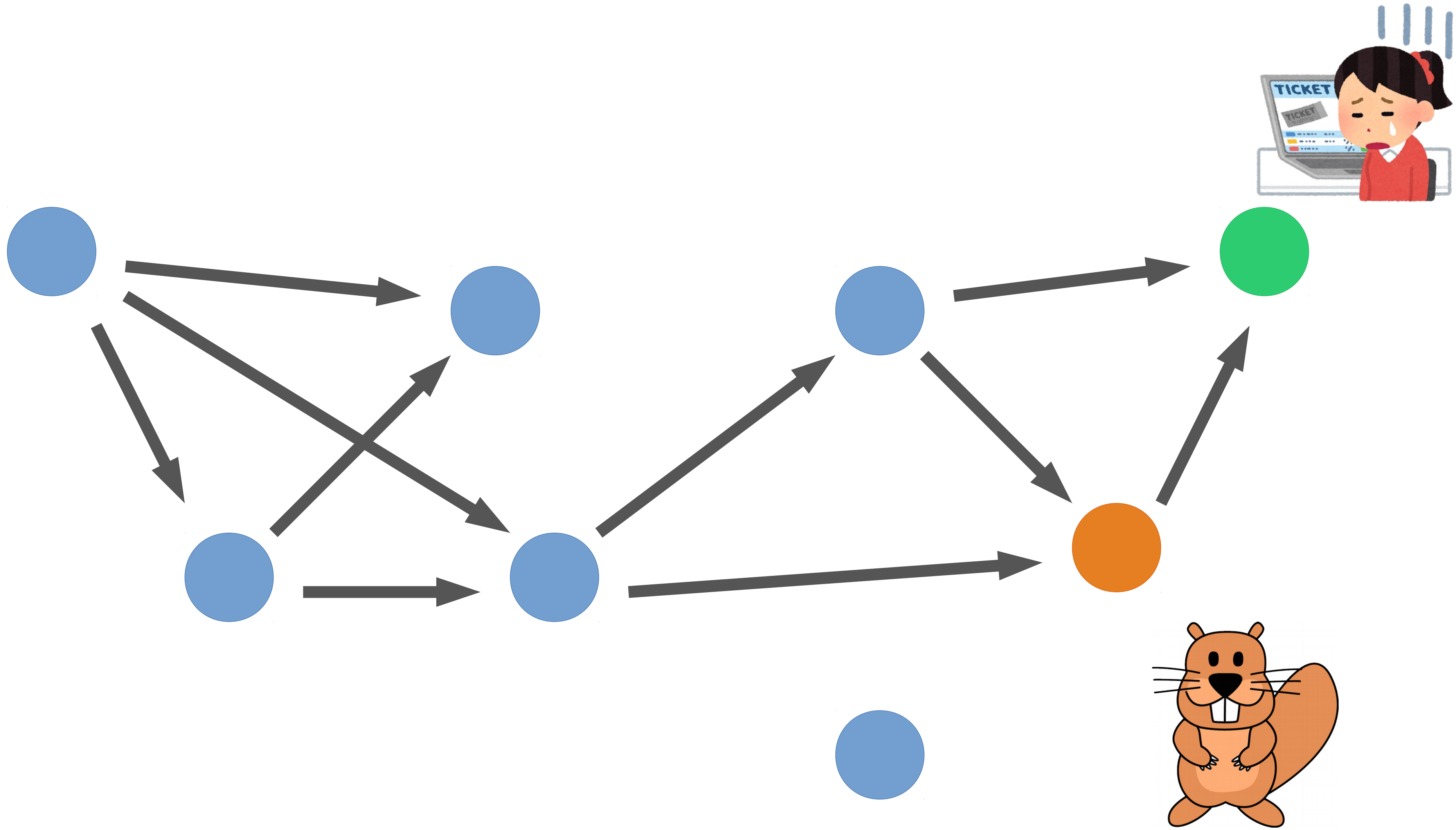
例



例



例



小課題 1 (7 点)

- **$N \leqq 1000$**
- **$M \leqq 2000$**
- **$Q = 1$**

- **$O(NMQ)$** が通りそう

小課題 1 (7 点)

- すべての頂点 **i** について、有効な頂点からの考えられる最長の経路の長さ **max_len(i)** を求める
- これは始点 **i** 、終点 **j** の辺について、

  max_len(j)<max_len(i)+1

  のとき、

  max_len(j)=max_len(i)+1

  と更新することを繰り返すことで求められる
- 初期値は有効なら **0** 、無効なら **-inf** など

小課題 1 (7 点)

- **max_len(i)≦N** なので、更新されるのは **1** 本の辺につき高々 **N** 回
- それが **M** 本あるので、計算量は **O(NMQ)**

小課題 2 (7 点)

- **Q = 1**

- **O((N+M)Q)** なら通りそう

小課題 2 (7 点)

- 小課題 1 のやり方は無駄が多い
- → トポロジカル順序で考える
- ある頂点よりトポロジカル順序が後の頂点は、その頂点に到達できない
- そのため、ある頂点 **i** の **max_len(i)** は、
  - 有効な頂点なら max(0, max(max_len(j))+1)
  - 無効な頂点なら max(max_len(j))+1
  - j は辺 j→i がある頂点

小課題 2 (7 点)

- すべての辺を **O(1)** 回見ることになる
- 全体としては **O((N+M)Q)**

小課題ではない （0 点 ）

- クエリ **i** において **Y_i=1** であるとする
- これを **O(N+M+Q)** で解きたい

- どうしよう

小課題ではない (0 点)

- 各頂点において、有効な頂点からの考えられる最長の経路の長さと、 2 番目に長い経路の長さを求める
- どの頂点から出発したかの情報を持っておけば、重複等なく経路の長さを求められる
- するとこの問題は O(N+M+Q) で解ける

小課題 3 (86 点)

- $Q \leqq 100000$
- $\mathrm{sum}(Y_i) \leqq 100000$

小課題 3 (86 点)

- Y_i は最大で 100000 となる
- “ 小課題ではない” の方針でとこうとすると、 N 番目に長い経路の長さまで持っていないと行けない
- →O(N(N+M)+Q)

- 無理

小課題 3 (86 点)

- B ≦ N とする
- 妥協して、 B 番目に長い経路まで持つ
- Y_i ≧ B-1 のときは小課題 2 の方針で解く
- →O(B(N+M)+100000+ 何か)

- “ 何か” ってなんだ✰

小課題 3 (86 点)

- “何か”が起こるのは $O(100000/B)$ 回
- そのたびに $O(N+M)$ の処理
- よって、全体では
  $O(B(N+M)+100000+100000(N+M)/B)$
- $B=100000^{0.5}$ とすると
  $O(100000^{0.5}(N+M)+100000)$
- 解けた

ビ太郎とは

- 小中高生を対象とした国際情報科学コンテスト「ビーバーチャレンジ」の日本でのマスコットキャラクター
- それぞれの国で違う

エジプト

イスラエル

ラトビア

エストニア

得点分布