

1. QOJ 1817

1.1. 题目大意

给你一个元素互不相同的非负整数序列 $a_{1\dots n}$ ，对于所有非负整数 x 和序列中的元素 a_i 满足 $x \text{ bitand } a_i = x$ ， x 也出现在序列中。

你需要构造一个 $a_{1\dots n}$ 的排列 $b_{1\dots n}$ ，满足 $\forall 1 \leq i \leq n, a_i \text{ bitand } b_i = 0$ 。

1.2. 数据规模

$$1 \leq n < 2^{18}, 0 \leq a_i < 2^{60}.$$

1.3. 解题过程

我们归纳地说明本题必然有解，同时给出构造方法。

若 $n = 1, a_1 = 0$ 则 $b_1 = 0$ 。

否则，考虑 a_i 中最大值的最高位 d ，按照这一位是 0/1 将 a 中元素分为两部分，设为 s_0 和 s_1 。

先递归地构造 s_0 。根据题目条件， $\forall x \in s_1, x - 2^d \in s_0$ ，因此把 s_1 中的元素匹配上原先 s_0 中对应元素的匹配

最后 a_i 只剩下 s_1 每个元素减去 2^d 形成的集合（设为 s_2 ）， b_i 只剩下 s_1 没有使用。对此构造显然等价于对 s_2 递归构造，而 s_2 也显然满足题目性质。

直接据此实现，时间复杂度为 $O(n \log(\max a_i))$ 。

1.4. 参考资料

<https://qoj.ac/download.php?type=attachments&id=692&r=2>