

## 3 Good Coloring (qoj4243)

### 3.1 题目大意

给定一张图，图中第  $i$  个点已经染上的颜色  $c_i$ ，其中  $1 \leq c_i \leq k$ ， $k$  为给定正整数，且图上颜色满足每条边两个端点的颜色不同。你需要构造出一个正整数  $x \leq k$ ，并给原图的每个点染上 1 到  $x$  中的一种颜色（同样限制每条边两个端点颜色不同），并构造出一条没有重复点的，长度为  $x$  的路径，使得这条路径上每种颜色都出现了， $n, m, k \leq 3 \times 10^5$ 。

### 3.2 数据范围

$$1 \leq k \leq n \leq 3 \times 10^5$$

$$0 \leq m \leq 3 \times 10^5$$

### 3.3 解题过程

考虑一种操作方式，我们每次任意找一个点，设  $v$  为其邻点的  $mex$ ，若  $v$  比它当前权值小，则把它当前权值赋为  $v$ ，因为每次值都会变小，所以操作次数有限，而我们分析一下最后这张图的结构，就可以发现，对于任意一个颜色  $> 1$  的点，其周围一定存在一个它颜色  $-1$  的点，这是  $mex$  的性质决定的，那么我们只需要从最大值开始走，每次走旁边当前颜色  $-1$  的点，一定会走出一条符合题目要求的路径。

这样做的问题是时间复杂度过高，我们需要优化。

我们可以按照原颜色从小往大加入点，这样可以保证加入一个点的时候不会使得之前加入的点变得“可以执行上述操作”，所以每次对新加入的点周边已经加入过的点求  $mex$  就可以了。

### 3.4 参考资料

原比赛题解