

3 QOJ1840 K-onstruction 解题报告

3.1 题面描述

给定正整数 k ，构造大小 ≤ 30 ，元素是 -10^{16} 到 10^{16} 之间的整数的集合 S 使得其和为 0 的子集数量恰好为 k ，所有 $2^{|S|}$ 个子集都认为是不同的。

t 组多测。 $1 \leq k \leq 10^6$ ， $1 \leq t \leq 1000$ 。时间限制 2s，空间限制 512MB。

3.2 题目解法

考虑加强限制，我们要求构造的集合不能有 0，且整个集合的和不为 0。

考虑增量构造，设当前集合中正数的和为 P ，负数的和为 N ，和为 0 的子集数量为 x ，不妨设 $P + N > 0$ 。

现在我们往集合里加入若干个 P 的倍数（可以是负的），设这些数内部和为 0 的子集数量为 A ，和为 $-P$ 的子集数量为 B ，那么把这些数加入集合后和为 0 的子集数量就是 $Ax + B$ 。

所以一个想法就是随机很多元素和 ≥ 0 的小集合并记录它们和为 0, -1 的子集数量，每次选一个小集合把元素乘以 P 加入答案集合里，很可能就能构造出足够小的方案。

在实践中，用所有大小 ≤ 10 且元素在 $\{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$ 中的集合作为小集合，作用相同的集合里只保留大小最小的，然后用暴力 dp 计算有 x 个和为 0 的子集的集合的最小大小 f_x 即可。要注意初始集合的和不能为 0。